



肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的
关系

不一致度量的
计算

实现和测评

总结展望

基于多值语义的不一致度量

肖国辉

指导老师：林作铨 教授

北京大学 数学科学学院 信息科学系

二〇一〇年五月



内容大纲

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

- 1 研究背景
- 2 不一致度量
- 3 不同度量之间的关系
- 4 不一致度量的计算
- 5 实现和测评
- 6 总结展望



- 不一致的知识库，经典逻辑平凡化
- 不一致处理
 - 超协调推理
 - 知识库诊断和修复
 - 如何选择？

↪ 不一致度量 — 量化知识库的不一致程度
- 问题：
 - 多种度量间的关系
 - 有效的算法



基本定义

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

- 多值语义
 - 四值语义(4), 三值语义(3), LP_m 语义(LPm), 准经典语义(Q), ...
 - $I: Var(K) \rightarrow \{t, f, Both, None\}$
- i -语义($i = 3, 4, LP_m, Q$)下, 知识库 K 相对于模型 I 的不一致度

$$ID_i(K, I) = \frac{|\{p \mid p^I = B, p \in Var(K)\}|}{|Var(K)|}, \text{ if } I \models_i K$$

- i -语义($i = 3, 4, LP_m, Q$)下, 知识库 K 的不一致度

$$ID_i(K) = \min_{I \models K} ID_i(K, I)$$



基本定义

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

- 多值语义

- 四值语义(4), 三值语义(3), LP_m 语义(LPm), 准经典语义(Q), ...
- $I : Var(K) \rightarrow \{t, f, Both, None\}$

- i -语义($i = 3, 4, LP_m, Q$)下, 知识库 K 相对于模型 I 的不一致度

$$ID_i(K, I) = \frac{|\{p \mid p^I = B, p \in Var(K)\}|}{|Var(K)|}, \text{ if } I \models_i K$$

- i -语义($i = 3, 4, LP_m, Q$)下, 知识库 K 的不一致度

$$ID_i(K) = \min_{I \models K} ID_i(K, I)$$



基本定义

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

- 多值语义
 - 四值语义(4), 三值语义(3), LP_m 语义(LPm), 准经典语义(Q), ...
 - $I: \text{Var}(K) \rightarrow \{t, f, \text{Both}, \text{None}\}$
- i -语义($i = 3, 4, LP_m, Q$)下, 知识库 K 相对于模型 I 的不一致度

$$ID_i(K, I) = \frac{|\{p \mid p^I = B, p \in \text{Var}(K)\}|}{|\text{Var}(K)|}, \text{ if } I \models_i K$$

- i -语义($i = 3, 4, LP_m, Q$)下, 知识库 K 的不一致度

$$ID_i(K) = \min_{I \models K} ID_i(K, I)$$



基本定义

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

- 多值语义
 - 四值语义(4), 三值语义(3), LP_m 语义(LPm), 准经典语义(Q), ...
 - $I: \text{Var}(K) \rightarrow \{t, f, \text{Both}, \text{None}\}$
- i -语义($i = 3, 4, LP_m, Q$)下, 知识库 K 相对于模型 I 的不一致度

$$ID_i(K, I) = \frac{|\{p \mid p^I = B, p \in \text{Var}(K)\}|}{|\text{Var}(K)|}, \text{ if } I \models_i K$$

- i -语义($i = 3, 4, LP_m, Q$)下, 知识库 K 的不一致度

$$ID_i(K) = \min_{I \models K} ID_i(K, I)$$



基于四值语义的不一致度量

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

真值: $\{t, f, B, N\}$

四值模型 I :

$K \rightarrow \{t, B\}$

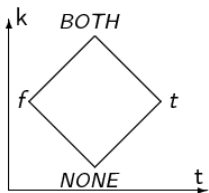


Figure: FOUR

$$\bullet ID_4(K, I) = \frac{|\{p | p^I = B, p \in Var(K)\}|}{|Var(K)|}$$

$$ID_4(K) = \min_{I \models_4 K} ID_4(K, I),$$

$$\rightsquigarrow K = \{p, \neg q, \neg p \vee q, r \vee s\}$$

$$\rightsquigarrow I_1 : p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t, s^{I_1} = t,$$

$$I_2 : p^{I_2} = B, q^{I_2} = B, r^{I_2} = t, s^{I_2} = t$$

$$I_3 : p^{I_3} = B, q^{I_3} = B, r^{I_3} = t, s^{I_3} = N$$

$$\rightsquigarrow ID_4(K, I_1) = \frac{1}{4}, ID_4(K, I_2) = \frac{2}{4}$$

$$ID_4(K, I_3) = \frac{2}{4}$$

$$ID_4(K) = \frac{1}{4}$$



基于三值语义的不一致度量

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

真值: $\{t, f, B\}$

三值模型 I :

$K \rightarrow \{t, B\}$

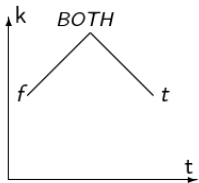


Figure: Three

$$\bullet ID_3(K, I) = \frac{|\{p | p^I = B, p \in Var(K)\}|}{|Var(K)|}$$

$$ID_3(K) = \min_{I \models_3 K} ID_3(K, I),$$

$$\rightsquigarrow K = \{p, \neg q, \neg p \vee q, r \vee s\}$$

$$\rightsquigarrow I_1 : p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t, s^{I_1} = t$$

$$I_2 : p^{I_2} = B, q^{I_2} = B, r^{I_2} = t, s^{I_2} = t$$

~~$$I_3 : p^{I_3} = B, q^{I_3} = B, r^{I_3} = t, s^{I_3} = N$$~~

$$\rightsquigarrow ID_3(K, I_1) = \frac{1}{4}, ID_3(K, I_2) = \frac{2}{4}$$

~~$$ID_3(K, I_3) = \frac{2}{4}$$~~

$$ID_3(K) = \frac{1}{4}$$



基于极小不一致语义的不一致度量

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

LP_m 解释:

- 三值解释
- 只考虑极经典模型

$$\bullet ID_{LP_m}(K, I) = \frac{|\{p|p^I=B, p \in Var(K)\}|}{|Var(K)|}$$

$$ID_{LP_m}(K) = \min_{I \models_{LP_m} K} ID_{LP_m}(K),$$

$$\rightsquigarrow K = \{p, \neg q, \neg p \vee q, r \vee s\}$$

$$\rightsquigarrow I_1 : p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t, s^{I_1} = t,$$

$$I_2 : p^{I_2} = B, q^{I_2} = B, r^{I_2} = t, s^{I_2} = t$$

$$I_3 : p^{I_3} = B, q^{I_3} = B, r^{I_3} = t, s^{I_3} = N$$

$$\rightsquigarrow ID_{LP_m}(K, I_1) = \frac{1}{4}, ID_{LP_m}(K, I_2) = \frac{2}{4}$$

$$ID_{LP_m}(K, I_3) = \frac{2}{4}$$

$$ID_{LP_m}(K) = \frac{1}{4}$$



基于准经典语义的不一致度量

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

$$\bullet ID_Q(K, I) = \frac{|\{p | p^I = B, p \in \text{Var}(K)\}|}{|\text{Var}(K)|}$$

$$ID_Q(K) = \min_{I \models_Q K} ID_Q(K, I),$$

准经典解释

- 四值解释
- 满足消解原理

$$I \models_Q \alpha \vee \beta,$$

$$I \models_Q \neg \beta \vee \gamma$$

$$\Rightarrow I \models_Q \alpha \vee \gamma$$

$$\rightsquigarrow K = \{p, \neg q, \neg p \vee q, r \vee s\}$$

$$\rightsquigarrow I_1 : p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t, s^{I_1} = t$$

$$I_2 : p^{I_2} = B, q^{I_2} = B, r^{I_2} = t, s^{I_2} = t$$

$$I_3 : p^{I_3} = B, q^{I_3} = B, r^{I_3} = t, s^{I_3} = N$$

$$\rightsquigarrow ID_Q(K, I_1) = \frac{1}{4}, ID_Q(K, I_2) = \frac{2}{4}$$

$$ID_Q(K, I_3) = \frac{2}{4}$$

$$ID_Q(K) = \frac{2}{4}$$



不同度量之间的关系

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的
关系

不一致度量的
计算

实现和测评

总结展望

不同的度量分别在不同的文献中提出

定理

给定一个知识库 K , 那么

$$ID_3(K) = ID_4(K) = ID_{LP_m}(K) \leq ID_Q(K)。$$



部分可满足问题

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

- 部分可满足问题 $P = (H, S)$
- H 子句集, 必须全满足
- S 子句集, 尽可能多满足
- 目标: 寻找一个经典解释, 满足 H 中的所有子句, 同时尽可能多地满足 S 中的子句
- 即: $\hat{I} = \arg \max_I |\{\gamma \mid \gamma \in S, I \models \gamma, I \models H\}|$.
- 求解器: SAT4j MaxSAT, MSUnCore, Clone, MiniMaxSAT, ...
- Max-SAT 竞赛: <http://www.maxsat.udl.cat/09/>.



不一致度量的计算

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

- 只考虑子句集(CNF)
- 因为 $ID_3(K) = ID_4(K) = ID_{LP_m}(K) \leq ID_Q(K)$, 只考虑 ID_4 和 ID_Q

思路

- 1 多值语义 \Rightarrow 二值语义
- 2 用二值语义表示 ID_i
- 3 $ID_i \Rightarrow$ 部分可满足问题



不一致度量的计算

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

- 只考虑子句集(CNF)
- 因为 $ID_3(K) = ID_4(K) = ID_{LP_m}(K) \leq ID_Q(K)$, 只考虑 ID_4 和 ID_Q

思路

- 1 多值语义 \Rightarrow 二值语义
- 2 用二值语义表示 ID_i
- 3 $ID_i \Rightarrow$ 部分可满足问题



四值逻辑到二值逻辑

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的
关系

不一致度量的
计算

实现和测评

总结展望

变换

$$K = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\} \quad \mathcal{A}(K) = \{\mathcal{A}(\gamma_1), \mathcal{A}(\gamma_2), \dots, \mathcal{A}(\gamma_n)\}$$

$$\gamma = l_1 \vee \dots \vee l_k \quad \Rightarrow \quad \mathcal{A}(\gamma) = \mathcal{A}(l_1) \vee \dots \vee \mathcal{A}(l_k)$$

$$l = p \quad \mathcal{A}(p) = +p$$

$$l = \neg p \quad \mathcal{A}(\neg p) = -p$$

例

$$K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{A}(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$$

注

- $\mathcal{A}(K)$ 是变元集 $\{+p, -p \mid p \in \text{Var}(K)\}$ 上的知识库
- 四值解释 I 也可看作 $\{+p, -p \mid p \in \text{Var}(K)\}$ 上的二值解释



四值逻辑到二值逻辑

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

变换

$$K = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\} \quad \mathcal{A}(K) = \{\mathcal{A}(\gamma_1), \mathcal{A}(\gamma_2), \dots, \mathcal{A}(\gamma_n)\}$$

$$\gamma = l_1 \vee \dots \vee l_k \quad \Rightarrow \quad \mathcal{A}(\gamma) = \mathcal{A}(l_1) \vee \dots \vee \mathcal{A}(l_k)$$

$$l = p \quad \mathcal{A}(p) = +p$$

$$l = \neg p \quad \mathcal{A}(\neg p) = -p$$

例

$$K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{A}(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$$

注

- $\mathcal{A}(K)$ 是变元集 $\{+p, -p \mid p \in \text{Var}(K)\}$ 上的知识库
- 四值解释 I 也可看作 $\{+p, -p \mid p \in \text{Var}(K)\}$ 上的二值解释



四值逻辑到二值逻辑

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

变换

$$K = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\} \quad \mathcal{A}(K) = \{\mathcal{A}(\gamma_1), \mathcal{A}(\gamma_2), \dots, \mathcal{A}(\gamma_n)\}$$

$$\gamma = l_1 \vee \dots \vee l_k \quad \Rightarrow \quad \mathcal{A}(\gamma) = \mathcal{A}(l_1) \vee \dots \vee \mathcal{A}(l_k)$$

$$l = p \quad \mathcal{A}(p) = +p$$

$$l = \neg p \quad \mathcal{A}(\neg p) = -p$$

例

$$K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{A}(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$$

注

- $\mathcal{A}(K)$ 是变元集 $\{+p, -p \mid p \in \text{Var}(K)\}$ 上的知识库
- 四值解释 I 也可看作 $\{+p, -p \mid p \in \text{Var}(K)\}$ 上的二值解释



四值逻辑到二值逻辑

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

定理

$$I \models_4 K \Leftrightarrow I \models 4(K)$$

例

- $K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\} \Rightarrow 4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
- $I_1 = \{+p, -p, -q, +r\}$
- $\{p, q, r\}$ 上的四值解释:
 $p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t.$
- $\{+p, -p, +q, -q, +r, -r\}$ 上的二值解释:
 $+p^{I_1} = t, -p^{I_1} = t, -q^{I_1} = t, +r^{I_1} = t, +q^{I_1} = f, -r^{I_1} = f.$
- $I_1 \models_4 K$ 且 $I_1 \models 4(K).$



四值逻辑到二值逻辑

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的
关系

不一致度量的
计算

实现和测评

总结展望

定理

$$I \models_4 K \Leftrightarrow I \models 4(K)$$

例

- $K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\} \Rightarrow 4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
- $I_1 = \{+p, -p, -q, +r\}$
- $\{p, q, r\}$ 上的四值解释:
 $p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t.$
- $\{+p, -p, +q, -q, +r, -r\}$ 上的二值解释:
 $+p^{I_1} = t, -p^{I_1} = t, -q^{I_1} = t, +r^{I_1} = t, +q^{I_1} = f, -r^{I_1} = f.$
- $I_1 \models_4 K$ 且 $I_1 \models 4(K).$



四值逻辑到二值逻辑

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

定理

$$I \models_4 K \Leftrightarrow I \models 4(K)$$

例

- $K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\} \Rightarrow 4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
- $I_1 = \{+p, -p, -q, +r\}$
- $\{p, q, r\}$ 上的四值解释:
 $p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t.$
- $\{+p, -p, +q, -q, +r, -r\}$ 上的二值解释:
 $+p^{I_1} = t, -p^{I_1} = t, -q^{I_1} = t, +r^{I_1} = t, +q^{I_1} = f, -r^{I_1} = f.$
- $I_1 \models_4 K$ 且 $I_1 \models 4(K).$



四值逻辑到二值逻辑

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的
关系

不一致度量的
计算

实现和测评

总结展望

定理

$$I \models_4 K \Leftrightarrow I \models 4(K)$$

例

- $K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\} \Rightarrow 4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
- $I_1 = \{+p, -p, -q, +r\}$
- $\{p, q, r\}$ 上的四值解释:
 $p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t.$
- $\{+p, -p, +q, -q, +r, -r\}$ 上的二值解释:
 $+p^{I_1} = t, -p^{I_1} = t, -q^{I_1} = t, +r^{I_1} = t, +q^{I_1} = f, -r^{I_1} = f.$
- $I_1 \models_4 K$ 且 $I_1 \models 4(K).$



四值逻辑到二值逻辑

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

定理

$$I \models_4 K \Leftrightarrow I \models 4(K)$$

例

- $K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\} \Rightarrow 4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
- $I_1 = \{+p, -p, -q, +r\}$
- $\{p, q, r\}$ 上的四值解释:
 $p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t.$
- $\{+p, -p, +q, -q, +r, -r\}$ 上的二值解释:
 $+p^{I_1} = t, -p^{I_1} = t, -q^{I_1} = t, +r^{I_1} = t, +q^{I_1} = f, -r^{I_1} = f.$
- $I_1 \models_4 K$ 且 $I_1 \models 4(K).$



四值逻辑到二值逻辑

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

定理

$$I \models_4 K \Leftrightarrow I \models 4(K)$$

例

- $K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\} \Rightarrow 4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
- $I_1 = \{+p, -p, -q, +r\}$
- $\{p, q, r\}$ 上的四值解释:
 $p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t.$
- $\{+p, -p, +q, -q, +r, -r\}$ 上的二值解释:
 $+p^{I_1} = t, -p^{I_1} = t, -q^{I_1} = t, +r^{I_1} = t, +q^{I_1} = f, -r^{I_1} = f.$
- $I_1 \models_4 K$ 且 $I_1 \models 4(K).$



四值逻辑到二值逻辑

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

定理

$$I \models_4 K \Leftrightarrow I \models 4(K)$$

例

- $K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\} \Rightarrow 4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
- $I_1 = \{+p, -p, -q, +r\}$
- $\{p, q, r\}$ 上的四值解释:
 $p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t.$
- $\{+p, -p, +q, -q, +r, -r\}$ 上的二值解释:
 $+p^{I_1} = t, -p^{I_1} = t, -q^{I_1} = t, +r^{I_1} = t, +q^{I_1} = f, -r^{I_1} = f.$
- $I_1 \models_4 K$ 且 $I_1 \models 4(K).$



用二值逻辑表示 ID_4

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

$$ID_4(K, I) = \frac{|\{p \mid p^I = B, p \in \text{Var}(K)\}|}{|\text{Var}(K)|},$$

$$ID_4(K) = \min_{I \models_4 K} ID_4(K, I)$$

↓

$$ID_4(K, I) = \frac{|\{p \mid +p^I = t \wedge -p^I = t, p \in \text{Var}(K)\}|}{|\text{Var}(K)|};$$

$$ID_4(K) = \min_{I \models_4(K)} ID_4(K, I).$$



用二值逻辑表示 ID_4

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

$$ID_4(K, I) = \frac{|\{p \mid p^I = B, p \in \text{Var}(K)\}|}{|\text{Var}(K)|},$$

$$ID_4(K) = \min_{I \models_4 K} ID_4(K, I)$$

↓

$$ID_4(K, I) = \frac{|\{p \mid +p^I = t \wedge -p^I = t, p \in \text{Var}(K)\}|}{|\text{Var}(K)|};$$

$$ID_4(K) = \min_{I \models_4(K)} ID_4(K, I).$$



用二值逻辑表示 ID_4

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

$$ID_4(K, I) = \frac{|\{p \mid p^I = B, p \in \text{Var}(K)\}|}{|\text{Var}(K)|},$$

$$ID_4(K) = \min_{I \models_4 K} ID_4(K, I)$$

↓

$$ID_4(K, I) = \frac{|\{p \mid +p^I = t \wedge -p^I = t, p \in \text{Var}(K)\}|}{|\text{Var}(K)|};$$

$$ID_4(K) = \min_{I \models_4(K)} ID_4(K, I).$$



$ID_4 \Rightarrow$ 部分可满足问题

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

$$\begin{aligned} & \min_{I \models 4(K)} |\{p \mid p \in \text{Var}(K), +p^I = t \wedge -p^I = t\}| \\ & = \max_{I \models 4(K)} |\{p \mid p \in \text{Var}(K), (\neg +p \vee \neg -p)^I = t\}|. \end{aligned}$$

$I \models 4(K) \Rightarrow$ 硬约束

$\max|\dots| \Rightarrow$ 软约束

定义

若 $K = \{\gamma_1, \dots, \gamma_n\}$, 用于 ID_4 的部分可满足问题 $P_4(K) = (H_4(K), S_4(K))$, 定义为:

$$H_4(K) = \{4(\gamma) \mid \gamma \in K\};$$

$$S_4(K) = \{\neg +p \vee \neg -p \mid p \in \text{Var}(K)\}.$$



$ID_4 \Rightarrow$ 部分可满足问题

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

$$\begin{aligned} & \min_{I \models 4(K)} |\{p \mid p \in \text{Var}(K), +p^I = t \wedge -p^I = t\}| \\ & = \max_{I \models 4(K)} |\{p \mid p \in \text{Var}(K), (\neg +p \vee \neg -p)^I = t\}|. \end{aligned}$$

$I \models 4(K) \Rightarrow$ 硬约束

$\max|\dots| \Rightarrow$ 软约束

定义

若 $K = \{\gamma_1, \dots, \gamma_n\}$, 用于 ID_4 的部分可满足问题 $P_4(K) = (H_4(K), S_4(K))$, 定义为:

$$H_4(K) = \{4(\gamma) \mid \gamma \in K\};$$

$$S_4(K) = \{\neg +p \vee \neg -p \mid p \in \text{Var}(K)\}.$$



$ID_4 \Rightarrow$ Partial Max-SAT Problem

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

定理

若 I 是部分可满足问题 $P_4(K)$ 的一个最优解。令 $b = |\{p \mid +p^I = t \wedge -p^I = t\}|$, $m = |\text{Var}(K)|$, 则 $ID_4(K) = b/m$ 。

例

- $K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\}$
- $4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
- $P_4(K) = (H_4(K), S_4(K))$
 $H_4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
 $S_4(K) = \{\neg +p \vee \neg -p, \neg +q \vee \neg -q, \neg +r \vee \neg -r\}$
- 最优解 I : $+p^I = t, -p^I = t, +q^I = f, -q^I = t, +r^I = t, -r^I = f$.
- 对应的四值模型: $p^I = B, q^I = f, r^I = t$.
- $ID_4(K) = 1/3$



$ID_4 \Rightarrow$ Partial Max-SAT Problem

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

定理

若 I 是部分可满足问题 $P_4(K)$ 的一个最优解。令 $b = |\{p \mid +p^I = t \wedge -p^I = t\}|$, $m = |\text{Var}(K)|$, 则 $ID_4(K) = b/m$ 。

例

- $K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\}$
- $4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
- $P_4(K) = (H_4(K), S_4(K))$
 $H_4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
 $S_4(K) = \{\neg +p \vee \neg -p, \neg +q \vee \neg -q, \neg +r \vee \neg -r\}$
- 最优解 I : $+p^I = t, -p^I = t, +q^I = f, -q^I = t, +r^I = t, -r^I = f$.
- 对应的四值模型: $p^I = B, q^I = f, r^I = t$.
- $ID_4(K) = 1/3$



$ID_4 \Rightarrow$ Partial Max-SAT Problem

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

定理

若 I 是部分可满足问题 $P_4(K)$ 的一个最优解。令 $b = |\{p \mid +p^I = t \wedge -p^I = t\}|$, $m = |\text{Var}(K)|$, 则 $ID_4(K) = b/m$ 。

例

- $K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\}$
- $4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
- $P_4(K) = (H_4(K), S_4(K))$
 $H_4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
 $S_4(K) = \{\neg +p \vee \neg -p, \neg +q \vee \neg -q, \neg +r \vee \neg -r\}$
- 最优解 I : $+p^I = t, -p^I = t, +q^I = f, -q^I = t, +r^I = t, -r^I = f$.
- 对应的四值模型: $p^I = B, q^I = f, r^I = t$.
- $ID_4(K) = 1/3$



$ID_4 \Rightarrow$ Partial Max-SAT Problem

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

定理

若 I 是部分可满足问题 $P_4(K)$ 的一个最优解。令 $b = |\{p \mid +p^I = t \wedge -p^I = t\}|$, $m = |\text{Var}(K)|$, 则 $ID_4(K) = b/m$ 。

例

- $K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\}$
- $4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
- $P_4(K) = (H_4(K), S_4(K))$
 $H_4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
 $S_4(K) = \{\neg +p \vee \neg -p, \neg +q \vee \neg -q, \neg +r \vee \neg -r\}$
- 最优解 I : $+p^I = t, -p^I = t, +q^I = f, -q^I = t, +r^I = t, -r^I = f$.
- 对应的四值模型: $p^I = B, q^I = f, r^I = t$.
- $ID_4(K) = 1/3$



$ID_4 \Rightarrow$ Partial Max-SAT Problem

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

定理

若 I 是部分可满足问题 $P_4(K)$ 的一个最优解。令 $b = |\{p \mid +p^I = t \wedge -p^I = t\}|$, $m = |\text{Var}(K)|$, 则 $ID_4(K) = b/m$ 。

例

- $K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\}$
- $4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
- $P_4(K) = (H_4(K), S_4(K))$
 $H_4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
 $S_4(K) = \{\neg +p \vee \neg -p, \neg +q \vee \neg -q, \neg +r \vee \neg -r\}$
- 最优解 I : $+p^I = t, -p^I = t, +q^I = f, -q^I = t, +r^I = t, -r^I = f$.
- 对应的四值模型: $p^I = B, q^I = f, r^I = t$.
- $ID_4(K) = 1/3$



$ID_4 \Rightarrow$ Partial Max-SAT Problem

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

定理

若 I 是部分可满足问题 $P_4(K)$ 的一个最优解。令 $b = |\{p \mid +p^I = t \wedge -p^I = t\}|$, $m = |\text{Var}(K)|$, 则 $ID_4(K) = b/m$ 。

例

- $K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\}$
- $4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
- $P_4(K) = (H_4(K), S_4(K))$
 $H_4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
 $S_4(K) = \{\neg +p \vee \neg -p, \neg +q \vee \neg -q, \neg +r \vee \neg -r\}$
- 最优解 I : $+p^I = t, -p^I = t, +q^I = f, -q^I = t, +r^I = t, -r^I = f$.
 - 对应的四值模型: $p^I = B, q^I = f, r^I = t$.
 - $ID_4(K) = 1/3$



肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

定理

若 I 是部分可满足问题 $P_4(K)$ 的一个最优解。令 $b = |\{p \mid +p^I = t \wedge -p^I = t\}|$, $m = |\text{Var}(K)|$, 则 $ID_4(K) = b/m$ 。

例

- $K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\}$
- $4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
- $P_4(K) = (H_4(K), S_4(K))$
 $H_4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
 $S_4(K) = \{\neg +p \vee \neg -p, \neg +q \vee \neg -q, \neg +r \vee \neg -r\}$
- 最优解 I : $+p^I = t, -p^I = t, +q^I = f, -q^I = t, +r^I = t, -r^I = f$.
- 对应的四值模型: $p^I = B, q^I = f, r^I = t$.
- $ID_4(K) = 1/3$



$ID_4 \Rightarrow$ Partial Max-SAT Problem

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的关系

不一致度量的计算

实现和测评

总结展望

定理

若 I 是部分可满足问题 $P_4(K)$ 的一个最优解。令 $b = |\{p \mid +p^I = t \wedge -p^I = t\}|$, $m = |\text{Var}(K)|$, 则 $ID_4(K) = b/m$ 。

例

- $K = \{\neg p, p \vee q, \neg q, r\}$
- $4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
- $P_4(K) = (H_4(K), S_4(K))$
 $H_4(K) = \{-p, +p \vee +q, -q, +r\}$
 $S_4(K) = \{\neg +p \vee \neg -p, \neg +q \vee \neg -q, \neg +r \vee \neg -r\}$
- 最优解 I : $+p^I = t, -p^I = t, +q^I = f, -q^I = t, +r^I = t, -r^I = f$.
- 对应的四值模型: $p^I = B, q^I = f, r^I = t$.
- $ID_4(K) = 1/3$



肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的
关系

不一致度量的
计算

实现和测评

总结展望

Algorithm 1 $ID_4(K)$

```
1: procedure  $ID_4(K)$ 
2:    $P \leftarrow \{\}$ 
3:    $m \leftarrow |Var(K)|$ 
4:   for all Clause  $\gamma \in K$  do
5:      $P.addHardClause(4(\gamma))$ 
6:   end for
7:   for all Variable  $p \in Var(K)$  do
8:      $P.addSoftClause(\neg + p \vee \neg - p)$ 
9:   end for
10:   $I \leftarrow PartialMaxSATSolver(P)$ 
11:   $b = |\{p | +p^I = t \wedge -p^I = t\}|$ 
12:  return  $b/m$ 
13: end procedure
```



肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的
关系

不一致度量的
计算

实现和测评

总结展望

1 准经典语义 \Rightarrow 二值语义

$$Q(l_1 \vee \dots \vee l_n) = \bigvee_{i=1}^n (+l_i \wedge \neg -l_i) \vee \bigwedge_{i=1}^n (+l_i \wedge -l_i)$$

2 用二值语义表示 ID_Q

$$ID_Q(K) = \min_{I \models Q(K)} ID_Q(K, I) .$$

3 $ID_Q \Rightarrow$ 部分可满足问题

问题: $Q(l_1 \vee \dots \vee l_n)$ 不能保持子句形式!

解决方法: 引入新变元, 变换为子句集形式



计算 ID_Q

肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的
关系

不一致度量的
计算

实现和测评

总结展望

1 准经典语义 \Rightarrow 二值语义

$$Q(l_1 \vee \dots \vee l_n) = \bigvee_{i=1}^n (+l_i \wedge \neg -l_i) \vee \bigwedge_{i=1}^n (+l_i \wedge -l_i)$$

2 用二值语义表示 ID_Q

$$ID_Q(K) = \min_{I \models Q(K)} ID_Q(K, I) .$$

3 $ID_Q \Rightarrow$ 部分可满足问题

问题: $Q(l_1 \vee \dots \vee l_n)$ 不能保持子句形式!

解决方法: 引入新变元, 变换为子句集形式



肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的
关系

不一致度量的
计算

实现和测评

总结展望

1 准经典语义 \Rightarrow 二值语义

$$Q(l_1 \vee \dots \vee l_n) = \bigvee_{i=1}^n (+l_i \wedge \neg -l_i) \vee \bigwedge_{i=1}^n (+l_i \wedge -l_i)$$

2 用二值语义表示 ID_Q

$$ID_Q(K) = \min_{I \models Q(K)} ID_Q(K, I) .$$

3 $ID_Q \Rightarrow$ 部分可满足问题

问题: $Q(l_1 \vee \dots \vee l_n)$ 不能保持子句形式!

解决方法: 引入新变元, 变换为子句集形式



肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的
关系

不一致度量的
计算

实现和测评

总结展望

1 准经典语义 \Rightarrow 二值语义

$$Q(l_1 \vee \dots \vee l_n) = \bigvee_{i=1}^n (+l_i \wedge \neg -l_i) \vee \bigwedge_{i=1}^n (+l_i \wedge -l_i)$$

2 用二值语义表示 ID_Q

$$ID_Q(K) = \min_{I \models Q(K)} ID_Q(K, I) .$$

3 $ID_Q \Rightarrow$ 部分可满足问题

问题: $Q(l_1 \vee \dots \vee l_n)$ 不能保持子句形式!

解决方法: 引入新变元, 变换为子句集形式



肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的
关系

不一致度量的
计算

实现和测评

总结展望

1 准经典语义 \Rightarrow 二值语义

$$Q(l_1 \vee \dots \vee l_n) = \bigvee_{i=1}^n (+l_i \wedge \neg -l_i) \vee \bigwedge_{i=1}^n (+l_i \wedge -l_i)$$

2 用二值语义表示 ID_Q

$$ID_Q(K) = \min_{I \models Q(K)} ID_Q(K, I) .$$

3 $ID_Q \Rightarrow$ 部分可满足问题

问题: $Q(l_1 \vee \dots \vee l_n)$ 不能保持子句形式!

解决方法: 引入新变元, 变换为子句集形式



肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的
关系

不一致度量的
计算

实现和测评

总结展望

Algorithm 2 $ID_Q(K)$

```
1: procedure  $ID_Q(K)$ 
2:    $P \leftarrow \{\}$ 
3:    $m \leftarrow |\text{Var}(K)|$ 
4:   for all Clause  $\gamma = \{l_1, \dots, l_n\} \in K$  do
5:      $P.addHardClause(y_1 \vee \dots \vee y_n \vee z)$ 
6:     for  $i = 1$  to  $n$  do
7:        $P.addHardClause(\neg y_i \vee +l_i)$ 
8:        $P.addHardClause(\neg y_i \vee \neg -l_i)$ 
9:        $P.addHardClause(\neg z \vee +l_i)$ 
10:       $P.addHardClause(\neg z \vee -l_i)$ 
11:    end for
12:  end for
13:  for all  $p \in \text{Var}(K)$  do
14:     $P.addSoftClause(\neg +p \vee \neg -p)$ 
15:  end for
16:   $I \leftarrow \text{PartialMaxSATSolver}(P)$ 
17:   $b = |\{p \mid +p^I = t \wedge -p^I = t\}|$ 
18:  return  $b/m$ 
19: end procedure
```



肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的
关系

不一致度量的
计算

实现和测评

总结展望

数据集:

- SATLIB <http://www.satlib.org>
- 自动装配问题

部分极大可满足问题求解器:

- SAT4j MaxSAT
- MsUncore
- Clone



肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的
关系不一致度量的
计算

实现和测评

总结展望

实例				归约算法		
文件名	#V	#C	ID_4	sat4j	msuncore	clone
uuf50-0101	50	218	0.02000	0.396	0.026	1.119
uuf50-0102	50	218	0.02000	0.398	0.020	1.121
uuf50-0103	50	218	0.02000	0.450	0.044	1.142
uuf50-0104	50	218	0.02000	0.397	0.027	1.279
uuf75-011	75	325	0.01330	0.496	0.031	1.379
uuf75-012	75	325	0.01330	0.447	0.030	1.355
uuf75-013	75	325	0.01330	0.443	0.033	1.333
uuf75-014	75	325	0.01333	0.494	0.029	1.372
uuf100-0101	100	430	0.01000	0.545	0.045	1.748
uuf100-0102	100	430	0.01000	0.918	0.053	2.088
uuf100-0103	100	430	0.02000	3.951	2.592	*
C168_FW_SZ_107	1698	5401	0.00059	0.698	0.120	*
C168_FW_SZ_128	1698	5422	0.00059	0.601	0.090	13.191
C168_FW_SZ_41	1698	7489	0.00059	0.849	0.085	11.939

计算 $ID_4(K)$



肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的
关系不一致度量的
计算

实现和测评

总结展望

实例				归约算法		
文件名	#V	#C	ID_Q	sat4j	msuncore	clone
uuf50-0101	50	218	1.000	0.445	*	0.428
uuf50-0102	50	218	1.000	0.444	*	0.446
uuf50-0103	50	218	1.000	0.449	*	0.246
uuf50-0104	50	218	1.000	0.494	*	0.433
uuf75-011	75	325	1.000	0.544	*	0.434
uuf75-012	75	325	1.000	0.548	*	0.435
uuf75-013	75	325	1.000	0.455	*	1.338
uuf75-014	75	325	1.000	0.646	*	0.437
uuf100-0101	100	430	1.000	0.709	*	0.478
uuf100-0102	100	430	1.000	0.803	*	0.438
uuf100-0103	100	430	1.000	0.749	*	0.445
C168_FW_SZ_107	1698	5401	0.124	9.269	*	1.487
C168_FW_SZ_128	1698	5422	0.107	9.916	*	0.792
C168_FW_SZ_41	1698	7489	0.117	13.627	*	0.738

计算 ID_Q



总结:

- $ID_4(K) = ID_{LP_m}(K) = ID_3(K) \leq ID_Q(K)$
- $ID_4 \Rightarrow$ 部分可满足问题
- $ID_Q \Rightarrow$ 部分可满足问题

展望:

- 近似计算
- 其它的归约: 对 ID_Q , 可使用伪布尔问题(0-1规划问题)
- 度量其它的逻辑系统: 描述逻辑和逻辑程序



肖国辉

研究背景

不一致度量

不同度量之间的
关系

不一致度量的
计算

实现和测评

总结展望

谢谢!